

An aerial photograph of the University of Konstanz campus, showing various buildings with colorful roofs (red, blue, green) and surrounding greenery. A large blue rectangular box is overlaid on the left side of the image, containing the title text. A white 'X' mark is in the top right corner of the blue box.

Modulhandbuch  
Mathematik  
M.Ed.

**Fachbereich Mathematik und Statistik**

Stand 22.06.2018

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Qualifikationsziele</b>	<b>3</b>
1.1	Fachdidaktische Qualifikationsziele . . . . .	3
1.2	Fachwissenschaftliche Qualifikationsziele . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Flexibilisierungsmodule</b>	<b>5</b>
2.1	Aufbaumodul Gewöhnliche Differentialgleichungen . . . . .	5
2.1.1	Moduleinheit Analysis III, Teil 1: Gewöhnliche Differentialgleichungen . . . . .	6
2.2	Aufbaumodul Funktionentheorie . . . . .	7
2.2.1	Moduleinheit Funktionentheorie . . . . .	7
2.3	Aufbaumodul Geometrie . . . . .	8
2.3.1	Geometrie für Lehramtskandidaten . . . . .	9
2.4	Fachseminar . . . . .	9
2.4.1	Moduleinheit Fachseminar . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Wahlmodule</b>	<b>11</b>
3.1	Wahlmodul Statistik . . . . .	11
3.1.1	Moduleinheit Mathematische Statistik I . . . . .	11
3.2	Wahlmodul Stochastische Prozesse . . . . .	12
3.2.1	Moduleinheit Stochastische Prozesse . . . . .	12
3.3	Wahlmodul Funktionalanalysis . . . . .	13
3.3.1	Moduleinheit Funktionalanalysis . . . . .	14
3.4	Wahlmodul Partielle Differentialgleichungen I . . . . .	15
3.4.1	Moduleinheit Theorie und Numerik partieller Differentialgleichungen I . . . . .	15
3.5	Wahlmodul Algebraische Zahlentheorie . . . . .	16
3.5.1	Moduleinheit Algebraische Zahlentheorie . . . . .	16
3.6	Wahlmodul Praktische Mathematik . . . . .	17
3.6.1	Moduleinheit Optimierung . . . . .	18
3.6.2	Moduleinheit Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen . . . . .	18
3.7	Wahlmodul Geometrie . . . . .	19
3.7.1	Geometrie für Lehramtskandidaten II . . . . .	19
<b>4</b>	<b>Fachdidaktik</b>	<b>21</b>
4.1	Fachdidaktik II . . . . .	21
4.1.1	Fachdidaktik II . . . . .	21
4.2	Fachdidaktik III . . . . .	22
4.2.1	Fachdidaktik III . . . . .	22

## 1 Qualifikationsziele

Ziel des Masters of Education ist es, die Studierenden auf die Anforderungen der zweiten Ausbildungsphase vorzubereiten und hierzu die Fähigkeit zu erzieherischem Wirken, zu fachlicher Vermittlung, zu professionsbezogener Reflexion und Methodenbewusstsein zu vertiefen. Dazu bauen sie ihre theoretischen und methodischen Grundlagen in Fachwissenschaft, Fachdidaktik und Bildungswissenschaft systematisch aus und erweitern sie. Diese Kenntnisse befähigen sie dazu, sich im Vorbereitungsdienst sowie im anschließenden Schuldienst in hoher Eigenständigkeit vielfältige Themen aus den genannten Wissensbereichen zu erschließen, diese auf ihre Schul- und Unterrichtsbezogenheit zu bearbeiten und das auf diese Weise generierte Wissen zielorientiert umzusetzen und zu vermitteln. Im Verlauf des Studiums erweitern die Studierenden ihr professionsorientiertes Berufsbild Lehrerin/Lehrer am Gymnasium bzw. an einer gymnasialen Oberstufe durch theoretisches Wissen, methodische Kompetenzen, praktische Erfahrungen und deren systematische Reflexion. Insbesondere verfügen die Absolventinnen und Absolventen über

- ein solides und strukturiertes Fachwissen zu den grundlegenden Gebieten ihrer Fächer, sie können darauf zurückgreifen und dieses Fachwissen ausbauen.
- Sie verfügen aufgrund ihres Überblickswissens über den Zugang zu den aktuellen grundlegenden Fragestellungen ihrer Fächer, können sich aufgrund ihres Einblicks in andere Disziplinen weiteres Fachwissen erschließen und damit fachübergreifende Qualifikationen entwickeln.
- Sie sind mit den Erkenntnis- und Arbeitsmethoden ihrer Fächer vertraut und in der Lage, diese Methoden in zentralen Bereichen ihrer Fächer anzuwenden.
- Sie haben eine wissenschaftlich reflektierte Vorstellung vom Bildungs- und Erziehungsauftrag, ein solides und strukturiertes Wissen über fachdidaktische Positionen und Strukturierungsansätze und können fachwissenschaftliche beziehungsweise fachpraktische Inhalte unter didaktischen Aspekten analysieren. Zudem verfügen sie über Kenntnisse zur Auswahl und Nutzung fachrelevanter Medien.
- Sie kennen und nutzen Ergebnisse fachdidaktischer und lernpsychologischer Forschung über das Lernen in ihren Fächern, kennen Grundlagen der Diagnose und Leistungsbeurteilung, haben Kenntnisse über Merkmale von Schülerinnen und Schülern, die den Lernerfolg fördern oder hemmen können und darüber, wie daraus Lernumgebungen differenziert zu gestalten sind.
- Sie sind in der Lage, heterogene Lernvoraussetzungen sowie individuelle Bedürfnisse zu berücksichtigen und kennen Möglichkeiten der Gestaltung integrativer Erziehungs- und Unterrichtsarbeit, auch in inklusiven Settings und in der interkulturellen Erziehung und reflektieren diese.
- Sie verfügen über Querschnittskompetenzen: Vermittlung von Deutsch als Zweitsprache, Medienkompetenz und -erziehung, Prävention, Bildung für nachhaltige Entwicklung, Fragen der Berufsethik und Gendersensibilität.

### 1.1 Fachdidaktische Qualifikationsziele

Die Studierenden erwerben die fachdidaktischen Voraussetzungen, um im Referendariat vom Bildungsplan ausgehend selbständig schulischen Unterricht in verschiedenen Lehr-/Lernsettings vor-

bereiten, durchführen und reflektieren zu können. Die im Master verorteten Fachdidaktik-Module vertiefen die fachdidaktischen Kenntnisse der Studierenden und erweitern sie um selbstständige Unterrichtsplanung, deren Erprobung und Reflektion wie auch um die adressatengerechte Aufbereitung curricular relevanter Themen der Fachwissenschaft oder interdisziplinär angelegter Themen für den Unterricht. Ein besonderer Fokus liegt hierbei auf dem Oberstufenunterricht und den Abituranforderungen.

## **1.2 Fachwissenschaftliche Qualifikationsziele**

Die Studierenden erwerben mathematisches und mathematikdidaktisches Wissen. Sie wenden dieses Wissen bei der Gestaltung, Durchführung und Evaluation von Mathematikunterricht und fächerübergreifenden Unterricht und in der Schulentwicklung an. Sie können mathematische Sachverhalte, auch unter Verwendung geeigneter Medien, sowohl mündlich als auch schriftlich adäquat darstellen und können Bezüge zwischen der Schulmathematik und der universitären Mathematik herstellen. Sie können mathematische Probleme unter Verwendung geeigneter Strategien und Werkzeuge planvoll lösen und mathematische Beweise nachvollziehen und eigenständig entwickeln. Sie können Inhalte und Ziele für den Mathematikunterricht im Hinblick auf die gesellschaftliche Bedeutung des Faches formulieren und begründen und den allgemeinbildenden Charakter des Faches erläutern. Sie kennen und bewerten Konzepte für schulisches Mathematiklehren und -lernen und können Denkprozesse und Vorstellungen von Schülerinnen und Schülern im Ansatz analysieren und individuelle Lernprozesse daraus ableiten; dabei beziehen sie sich auf theoretische Konzepte und empirische Befunde. Sie können grundlegend Mathematikunterricht auch mit heterogenen Lerngruppen analysieren, planen und durchführen und beziehen sich dabei auf fachdidaktische Konzepte.

## 2 Flexibilisierungsmodule

### 2.1 Aufbaumodul Gewöhnliche Differentialgleichungen

Credits	Dauer	SWS	Modulnote	Einordnung
4,5	0,5 Semester	6	Klausur	Flexibilisierungsmodul

#### Moduleinheiten:

- Analysis III, Teil 1: Gewöhnliche Differentialgleichungen

#### Lernziele:

- Die Studierenden sollen einen Einblick in die Theorie gewöhnlicher Differentialgleichungen gewinnen, Lösungsmethoden und abstrakte Ansätze zur Lösbarkeit kennenlernen und umsetzen, sowie einen modernen Zugang zur Maß- und Integrationstheorie (allgemeines Lebesgue-Integral) lernen und anwenden können.
- Dieses Modul stellt grundlegende Kenntnisse für die anschließenden Vertiefungsmodule bereit und ist insbesondere für weiterführende Vorlesungen in den Bereichen Theorie partieller Differentialgleichungen und Numerik gewöhnlicher und partieller Differentialgleichungen.
- Gewöhnliche Differentialgleichungen treten in vielen Anwendungen in Naturwissenschaft und Technik wie auch in der Finanzmathematik und Volkswirtschaftslehre auf. Für eine berufliche Tätigkeit in diesen Bereichen sind die in diesem Modul vermittelten Kenntnisse notwendig.

#### Kompetenzen: Die Studierenden

- kennen und verstehen die grundlegenden Begriffe, Aussagen und Methoden der Theorie gewöhnlicher Differentialgleichungen,
- verfügen über weiterentwickelte Fähigkeiten im präzisen Formulieren mathematischer Sachverhalte und im logisch korrekten Begründen von fachlichen Zusammenhängen,
- können Ergebnisse der Analysis und Linearen Algebra einsetzen, um Probleme aus der Theorie gewöhnlicher Differentialgleichungen zu lösen,
- haben die Bedeutung von gewöhnlichen Differentialgleichungen für verschiedene Anwendungskontexte verstanden,
- sind in der Lage, verschiedene Lösungsmethoden einzusetzen und das qualitative Verhalten von Lösungen zu untersuchen und zu begründen.

**2.1.1 Moduleinheit Analysis III, Teil 1: Gewöhnliche Differentialgleichungen**

Credits	Lehrform	Prüfungsleistung	Voraussetzung	Sprache
4,5	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vorlesung 2 SWS</li> <li>• Übung 1 SWS (als 4+2-Veranstaltung in der ersten Semesterhälfte)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Klausur über Analysis III</li> <li>• erfolgreiche Teilnahme an den Übungen</li> </ul>	Basismodul Analysis, Lineare Algebra I	Deutsch

**Empfohlenes Semester:** ab 3. Semester Bachelor

**Zuständig:** Dozenten des Schwerpunktes „Analysis und Numerik“ und der Differentialgeometrie

**Häufigkeit des Angebots:** jährlich (Wintersemester)

**Lehrinhalte:**

- Existenzsatz von Picard-Lindelöf
- Eindeutigkeit: Lemma von Gronwall
- Lösungsmethoden für lineare Systeme
- qualitative Aspekte: Stabilität

Optionale Themen sind:

- Lösungsmethoden für spezielle Gleichungen
- qualitative Aspekte: Phasenporträts, eindimensionale Vergleichssätze
- Maximaler Fluss
- Parameterabhängige Differentialgleichungen
- Satz von Arzelà-Ascoli, Existenzsatz von Peano
- Rand- und Eigenwertaufgaben: Existenz und Eindeutigkeit, Greensche Funktion, Eigenwertaufgaben

**Arbeitsaufwand:** 135 h

- Präsenzstudium (Vorlesung und Übung)  $7 \times 4,5 \text{ h} = 31,5 \text{ h}$
- Vor- und Nachbereitung  $7 \times 3 \text{ h} = 21 \text{ h}$
- Übungsaufgaben  $7 \times 9 \text{ h} = 63 \text{ h}$
- Klausurvorbereitung: 19,5 h

**Betreuung der Studierenden:**

- 1 Dozent/Dozentin
- 1 Tutor/Tutorin (meist studentischer Mitarbeiter/studentische Mitarbeiterin) auf 15-20 Studierende

## 2.2 Aufbaumodul Funktionentheorie

Credits	Dauer	SWS	Modulnote	Einordnung
4,5	1 Semester	3	Klausur oder mündliche Prüfung	Flexibilisierungsmodul

### Moduleinheiten:

- Funktionentheorie

### Lernziele:

Das Ziel ist es, charakteristische Eigenschaften von Funktionen einer komplexen Veränderlichen kennenzulernen und spezielle Methoden als Werkzeuge einzusetzen.

Dieses Modul ist grundlegend für viele Bereiche der Mathematik und daher verpflichtend.

### Kompetenzen: Die Studierenden

- kennen und verstehen die grundlegenden Begriffe, Aussagen und Methoden der Funktionentheorie,
- verfügen über weiterentwickelte Fähigkeiten im präzisen Formulieren mathematischer Sachverhalte und im logisch korrekten Begründen von fachlichen Zusammenhängen,
- verstehen, wie die Funktionentheorie ein vertieftes Verständnis von Resultaten der reellen Analysis ermöglicht und zu zentralen Ergebnissen der Algebra beiträgt.

### 2.2.1 Moduleinheit Funktionentheorie

Credits	Lehrform	Prüfungsleistung	Voraussetzung	Sprache
5	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vorlesung 2 SWS</li> <li>• Übung 1 SWS</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Klausur oder mündliche Prüfung</li> <li>• erfolgreiche Teilnahme an den Übungen</li> </ul>	Basismodule, Analysis III	Deutsch

**Empfohlenes Semester:** ab 4. Semester Bachelor

**Zuständig:** Dozenten des Schwerpunktes „Analysis und Numerik“ und der Differentialgeometrie

**Häufigkeit des Angebots:** jährlich (Sommersemester)

### Lehrinhalte:

- Komplexe Differenzierbarkeit
- Cauchy-Riemannsche Differentialgleichungen
- Cauchysche Integralformel (unterschiedliche Varianten),
- Satz von Liouville,
- Fundamentalsatz der Algebra,
- Darstellung als Potenzreihe,
- Satz von Morera,

- Spiegelungsprinzip,
- einfach zusammenhängende Gebiete,
- Existenz einer Stammfunktion,
- isolierte Singularitäten,
- Residuensatz mit Anwendungen auf Integrale.

Optionale Inhalte sind:

- Satz von der offenen Abbildung
- konforme Abbildungen und Riemannscher Abbildungssatz.

#### **Arbeitsaufwand:** 135 h

- Präsenzstudium (Vorlesung und Übung)  $14 \times 3 + 7 \times 1,5 \text{ h} = 52,5 \text{ h}$
- Vor- und Nachbereitung  $14 \times 1,5 \text{ h} = 21 \text{ h}$
- Übungsaufgaben  $7 \times 6 \text{ h} = 42 \text{ h}$
- Klausurvorbereitung: 19,5 h

#### **Betreuung der Studierenden:**

- 1 Dozent/Dozentin
- 1 Tutor/Tutorin (meist studentischer Mitarbeiter/studentische Mitarbeiterin) auf 15-20 Studierende

## **2.3 Aufbaumodul Geometrie**

Credits	Dauer	SWS	Modulnote	Einordnung
4,5	1 Semester	3	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Klausur oder mündliche Prüfung</li> <li>• erfolgreiche Teilnahme an den Übungen</li> </ul>	Flexibilisierungsmodul

#### **Moduleinheiten:**

- Geometrie für Lehramtskandidaten I oder
- Algorithmische Algebraische Geometrie 1. Hälfte oder
- Gewöhnliche Differentialgleichungen mit geometrischen Anwendungen 1. Hälfte

Zu den Inhalten der Algorithmischen Algebraischen Geometrie und der Gewöhnlichen Differentialgleichungen mit geometrischen Anwendungen siehe Modulhandbuch Bachelor Mathematik.

#### **Lernziele:**

In diesem Modul sollen die Studierenden die grundlegenden Ergebnisse und Methoden der euklidischen Geometrie kennenlernen und diese zielgerichtet anwenden können. Sie sollen dazu in der Lage sein, auch komplexere geometrische Probleme zu lösen. Darüberhinaus kennen sie Gemeinsamkeiten und Unterschiede der euklidischen, sphärischen und hyperbolischen Geometrie und können insbesondere die Rolle des euklidischen Parallelenaxioms auch im Hinblick auf den mathemathikhistorischen Hintergrund einschätzen.

### 2.3.1 Geometrie für Lehramtskandidaten

Credits	Lehrform	Prüfungsleistung	Voraussetzung	Sprache
4,5	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vorlesung 2 SWS</li> <li>• Übung 1 SWS</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Klausur oder mündliche Prüfung</li> <li>• erfolgreiche Teilnahme an den Übungen</li> </ul>	Basismodule, Kenntnisse in Funktionentheorie sind hilfreich	Deutsch

**Empfohlenes Semester:** ab 4. Semester

**Zuständig:** Dr. Florian Berchtold

**Häufigkeit des Angebots:** jährlich im Sommersemester

**Lehrinhalte:**

- Synthetische Euklidische Geometrie
- Analytische Euklidische Geometrie
- Sphärische Geometrie
- Hyperbolische Geometrie

**Arbeitsaufwand:** 135 h

- Präsenzstudium (Vorlesung und Übung)  $14 \times 3 + 7 \times 1,5 \text{ h} = 52,5 \text{ h}$
- Vor- und Nachbereitung  $14 \times 1,5 \text{ h} = 21 \text{ h}$
- Übungsaufgaben  $7 \times 6 \text{ h} = 42 \text{ h}$
- Klausurvorbereitung: 19,5 h

**Betreuung der Studierenden:**

- 1 Dozent/Dozentin
- 1 Tutor/Tutorin (meist studentischer Mitarbeiter/studentische Mitarbeiterin) auf 15-20 Studierende

## 2.4 Fachseminar

Credits	Dauer	SWS	Modulnote	Einordnung
4,5	1 Semester	2	Unbenotet oder gemäß Bewertung des mündlichen Vortrags	Flexibilisierungsmodul

**Moduleinheiten:**

- Fachseminar

**Lernziele:**

Nach Ankündigung des Veranstalters

### 2.4.1 Moduleinheit Fachseminar

Credits	Lehrform	Prüfungsleistung	Voraussetzung	Sprache
4,5	2 SWS	Mündlicher Vortrag und gegebenenfalls schriftliche Ausarbeitung	Basismodule Analysis und Lineare Algebra	Deutsch

**Empfohlenes Semester:** ab 5. Semester Bachelor

**Zuständig:** Dozenten des Fachbereichs

**Häufigkeit des Angebots:** jährlich

**Lehrinhalte:** Nach Ankündigung des Veranstalters/der Veranstalterin

**Arbeitsaufwand:**

- 20 h Präsenzzeit
- 115 h Selbststudium

**Betreuung der Studierenden:** 1 Dozent/Dozentin und/oder 1 Mitarbeiter/Mitarbeiterin

## 3 Wahlmodule

### 3.1 Wahlmodul Statistik

Credits	Dauer	SWS	Modulnote	Einordnung
9	1 Semester	6	Klausur oder mündliche Prüfung	Wahlmodul im Master

#### Moduleinheiten:

- Mathematische Statistik I

#### Lernziele:

Die Studierenden erhalten einen Überblick über Situationen, in denen gleichmäßig beste (unverfälschte) Tests existieren. Sie kennen grundlegende Aussagen zur Asymptotik von Maximum-Likelihood-Schätzern und Likelihood-Ratio-Tests.

#### 3.1.1 Moduleinheit Mathematische Statistik I

Credits	Lehrform	Prüfungsleistung	Voraussetzung	Sprache
9	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vorlesung 4 SWS</li> <li>• Übung 2 SWS</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Klausur oder mündliche Prüfung</li> <li>• erfolgreiche Teilnahme an den Übungen</li> </ul>	Aufbaumodul Stochastik	Deutsch

**Empfohlenes Semester:** ab 1. Semester Master

**Zuständig:** Dozenten des Schwerpunkts „Stochastik“

**Häufigkeit des Angebots:** jährlich (Wintersemester)

#### Lehrinhalte:

- Gleichmäßig beste Tests und gleichmäßig beste unverfälschte Tests für Standard-Hypothesen, Tests mit Störparametern
- Exponentialfamilien
- Konvergenz in Verteilung, Delta-Methode, Ordnungsstatistiken
- Existenz und asymptotische Normalität von Maximum-Likelihood-Schätzern
- Maximum-Likelihood-Schätzer bei Exponentialfamilien
- Asymptotik von Likelihood-Ratio-Tests

**Arbeitsaufwand:** 270 h

- Präsenzstudium (Vorlesung und Übung)  $14 \times 4,5 \text{ h} = 63 \text{ h}$
- Vor- und Nachbereitung  $14 \times 3 \text{ h} = 42 \text{ h}$
- Übungsaufgaben  $14 \times 9 \text{ h} = 126 \text{ h}$
- Klausurvorbereitung: 39 h

**Betreuung der Studierenden:**

- 1 Dozent/Dozentin
- 1 Tutor/Tutorin (meist studentischer Mitarbeiter/studentische Mitarbeiterin) auf 15-20 Studierende

**3.2 Wahlmodul Stochastische Prozesse**

Credits	Dauer	SWS	Modulnote	Einordnung
4,5	1 Semester	3	Klausur oder mündliche Prüfung	Wahlmodul im Master

**Moduleinheiten:**

- Stochastische Prozesse

**Lernziele:**

Die Vorlesung gibt eine Einführung in die Theorie der stochastischen Prozesse in diskreter und kontinuierlicher Zeit. Es werden Klassen von stochastischen Prozessen eingeführt welche sowohl für die Theorie, wie auch für Anwendungen von größter Bedeutung sind. Im Falle von diskreten Prozessen sind dies Markov Ketten und Martingale. Grundlegende Prozesse in stetiger Zeit sind die Brownsche Bewegung und der Poisson Prozess.

**3.2.1 Moduleinheit Stochastische Prozesse**

Credits	Lehrform	Prüfungsleistung	Voraussetzung	Sprache
4,5	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vorlesung 2 SWS</li> <li>• Übung 1 SWS als 4+2 Vorlesung in der zweiten Semesterhälfte</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Klausur oder mündliche Prüfung</li> <li>• erfolgreiche Teilnahme an den Übungen</li> </ul>	Aufbaumodul Stochastik	Deutsch

**Empfohlenes Semester:** 4. Semester

**Zuständig:** Dozenten des Schwerpunktes „Stochastik“

**Häufigkeit des Angebots:** jährlich (Sommersemester, zweite Hälfte)

**Lehrinhalte:**

- Bedingte Erwartungswerte
- Markovketten: Rekurrenz und Transienz, Invariante Verteilungen
- Martingale: Doob'sche Ungleichungen, Optional Stopping, Martingalkonvergenzsatz
- Konstruktion der Brownschen Bewegung.

**Arbeitsaufwand:** 135 h

- Präsenzstudium (Vorlesung und Übung)  $14 \times 4,5 \text{ h} = 63 \text{ h}$
- Vor- und Nachbereitung  $7 \times 3 \text{ h} = 21 \text{ h}$
- Übungsaufgaben  $14 \times 4,5 \text{ h} = 63 \text{ h}$
- Klausurvorbereitung: 19,5 h

**Betreuung der Studierenden:**

- 1 Dozent/Dozentin
- 1 Tutor/Tutorin (meist studentischer Mitarbeiter/studentische Mitarbeiterin) auf 15-20 Studierende

**3.3 Wahlmodul Funktionalanalysis**

Credits	Dauer	SWS	Modulnote	Einordnung
9	1 Semester	6	Klausur oder mündliche Prüfung	Wahlmodul im Master

**Moduleinheiten:**

- Funktionalanalysis

Es ist auch möglich, sich nur den ersten Teil der Vorlesung für 4,5 ECTS oder Funktionalanalysis für Finanzmathematik zu belegen.

**Lernziele:**

- Das Ziel ist es, grundlegende Kenntnisse in der Theorie von Abbildungen zwischen allgemeinen metrischen und normierten Räumen zu erwerben, welche insbesondere für Studien in Analysis und Numerik wesentlich sind.
- Die in diesem Modul vermittelten Kenntnisse sind fundamental für Vorlesungen in den Bereichen Analysis und Numerik, insbesondere für Vorlesungen über partielle Differentialgleichungen in Bachelor und Master.
- Funktionalanalytische Methoden sollen kennengelernt und angewendet werden, wobei abstrakte Zugänge zu konkreten Fragestellungen (etwa Differentialgleichungen) im Vordergrund stehen. Als Metaziel soll die Abstraktion als entscheidendes Werkzeug zur Vereinfachung und Durchsichtigkeit erkannt werden.
- Abstraktionsvermögen ist eine entscheidende Fähigkeit eines Mathematikers im Beruf und zeichnet ihn aus. Daher ist dieses Modul sehr berufsrelevant, wobei mehr die Methodik als die konkreten Kenntnisse wichtig ist.

### 3.3.1 Moduleinheit Funktionalanalysis

Credits	Lehrform	Prüfungsleistung	Voraussetzung	Sprache
9	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vorlesung 4 SWS</li> <li>• Übung 2 SWS</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Klausur oder mündliche Prüfung</li> <li>• erfolgreiche Teilnahme an den Übungen</li> </ul>	Basismodule, Aufbaumodul Analysis, günstig: Funktionentheorie	Deutsch

**Empfohlenes Semester:** ab 2. Semester Master

**Zuständig:** Dozenten des Schwerpunktes „Analysis und Numerik“

**Häufigkeit des Angebots:** jährlich (Sommersemester)

**Lehrinhalte:** 1. Teil:

- Normierte Räume, lineare Abbildungen in normierten Räumen
- Satz von Hahn-Banach
- Hiberträume, Orthogonalität
- Dualraum und Reflexivität, schwache Konvergenz
- Satz von Baire und Folgerungen
- optional: Topologische Grundlagen, Vervollständigung,  $L^p$ -Räume, Projektion auf konvexe Mengen

2. Teil: Im zweiten Teil werden Sobolevräume oder Operatoren genauer besprochen und das jeweils andere Thema überblicksartig vorgestellt.

- Sobolevräume
- abgeschlossene Operatoren
- Spektrum von Operatoren, Spektralsatz von selbstadjungierten Abbildungen
- optional: Distributionen

**Arbeitsaufwand:** 270 h

- Präsenzstudium (Vorlesung und Übung)  $14 \times 4,5 \text{ h} = 63 \text{ h}$
- Vor- und Nachbereitung  $14 \times 3 \text{ h} = 42 \text{ h}$
- Übungsaufgaben  $14 \times 9 \text{ h} = 126 \text{ h}$
- Klausurvorbereitung: 39 h

**Betreuung der Studierenden:**

- 1 Dozent/Dozentin
- 1 Tutor/Tutorin (meist studentischer Mitarbeiter/studentische Mitarbeiterin) auf 15-20 Studierende

## 3.4 Wahlmodul Partielle Differentialgleichungen I

Credits	Dauer	SWS	Modulnote	Einordnung
9	1 Semester	6	Schriftliche oder mündliche Prüfung	Wahlmodul im Master

### Moduleinheiten:

- Theorie und Numerik partieller Differentialgleichungen I

Der Theorieteil nimmt die erste Semesterhälfte und der Numerikteil die zweite Semesterhälfte ein. Die Veranstaltungen sind auch als zwei getrennte Wahlmodule zu je 4,5 ECTS anrechenbar.

### Lernziele:

Die Vorlesung gibt einen Überblick über theoretische und praktische Aspekte partieller Differentialgleichungen. Dabei stehen die Klassifikation der wichtigsten Typen und ihre Behandlung mit analytisch-theoretischen und numerischen Methoden und ihre jeweilige Anwendungsrelevanz im Vordergrund. Die Studierenden vertiefen ihre Programmierkenntnisse und lernen Programmpakete aus dem Bereich der finiten Elemente kennen.

### 3.4.1 Moduleinheit Theorie und Numerik partieller Differentialgleichungen I

Credits	Lehrform	Prüfungsleistung	Voraussetzung	Sprache
9	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vorlesung 4 SWS</li> <li>• Übung 2 SWS</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Klausur oder mündliche Prüfung</li> <li>• erfolgreiche Teilnahme an den Übungen</li> </ul>	Basismodule, Aufbaumodul Analysis, Modul Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen, Modul Funktionalanalysis	Deutsch

**Empfohlenes Semester:** ab 1. Semester Master

**Zuständig:** Dozenten des Schwerpunktes „Analysis und Numerik“ und der Differentialgeometrie

**Häufigkeit des Angebots:** jährlich (Wintersemester)

### Lehrinhalte:

- Lineare partielle Differentialgleichungen (PDG) erster Ordnung
- Typeinteilung für PDG zweiter Ordnung
- elliptische PDG (Perronsche Methode), hyperbolische PDG (Separationsansatz), parabolische PDG (klassische Lösungen, Maximumprinzip)
- Hilbertraummethode für elliptische, hyperbolische und parabolische PDG
- Finite Differenzenverfahren für elliptische Randwertprobleme
- Differenzenverfahren für parabolische Probleme, Linienmethode
- konservative Verfahren für hyperbolische Erhaltungsgleichungen
- Einführung in die Finite Elemente Methode

- Konsistenz, Stabilität, Konvergenz

**Arbeitsaufwand:** 270 h

- Präsenzstudium (Vorlesung und Übung)  $14 \times 4,5 \text{ h} = 63 \text{ h}$
- Vor- und Nachbereitung  $14 \times 3 \text{ h} = 42 \text{ h}$
- Übungsaufgaben  $14 \times 9 \text{ h} = 126 \text{ h}$
- Klausurvorbereitung: 39 h

**Betreuung der Studierenden:**

- 1 Dozent/Dozentin
- 1 Tutor/Tutorin (meist studentischer Mitarbeiter/studentische Mitarbeiterin) auf 15-20 Studierende

**3.5 Wahlmodul Algebraische Zahlentheorie**

Credits	Dauer	SWS	Modulnote	Einordnung
9	1 Semester	6	Klausur oder mündliche Prüfung	Wahlmodul im Master

**Moduleinheiten:**

- Algebraische Zahlentheorie

**Lernziele:**

Die Studierenden sind mit der Arithmetik ganzer Zahlen (auch in einfachen Integritätsbereichen algebraischer Zahlkörper) vertraut, kennen die Problematik diophantischer Gleichungen, haben Einblicke in die Primzahltheorie und kennen Anwendungen dieser Themen.

**3.5.1 Moduleinheit Algebraische Zahlentheorie**

Credits	Lehrform	Prüfungsleistung	Voraussetzung	Sprache
9	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vorlesung 4 SWS</li> <li>• Übung 2 SWS</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Klausur oder mündliche Prüfung</li> <li>• erfolgreiche Teilnahme an den Übungen</li> </ul>	Analysis I, Basis- und Aufbaumodul Algebra	Deutsch

**Empfohlenes Semester:** ab 2. Semester Master

**Zuständig:** Dozenten des Schwerpunktes „Reelle Geometrie und Algebra“

**Häufigkeit des Angebots:** jährlich (Sommersemester)

**Lehrinhalte:**

- Algebraische Vorbereitungen: Noethersche Ringe und Moduln, Ganzheit, Norm und Spur

- Ganze algebraische Zahlen, Dedekindringe, eindeutige Faktorzerlegung in Primideale, Klassengruppe
- Minkowski-Theorie, Gitterpunktsatz, Abschätzungen für Norm und Diskriminante, Endlichkeit der Klassenzahl, Dirichletscher Einheitensatz
- Zerlegungstheorie von Primidealen in Erweiterungen, quadratische Zahlkörper, Kreisteilungskörper, quadratisches Reziprozitätsgesetz
- Anwendung auf die Fermatsche Vermutung

**Arbeitsaufwand:** 270 h

- Präsenzstudium (Vorlesung und Übung)  $14 \times 4,5 \text{ h} = 63 \text{ h}$
- Vor- und Nachbereitung  $14 \times 3 \text{ h} = 42 \text{ h}$
- Übungsaufgaben  $14 \times 9 \text{ h} = 126 \text{ h}$
- Klausurvorbereitung: 39 h

**Betreuung der Studierenden:**

- 1 Dozent/Dozentin
- 1 Tutor/Tutorin (meist studentischer Mitarbeiter/studentische Mitarbeiterin) auf 15-20 Studierende

**3.6 Wahlmodul Praktische Mathematik**

Credits	Dauer	SWS	Modulnote	Einordnung
4,5	1 Semester	3	Klausur oder mündliche Prüfung	Wahlmodul im Master

**Moduleinheiten:**

- Optimierung oder
- Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen

**Lernziele:**

- Im Anschluss an die einführende Vorlesung im Basismodul steht hier die vertiefte Einarbeitung in einen Bereich der Numerik im Mittelpunkt.
- Thematisch geht es um Prozesse, die in Naturwissenschaft, Technik und Wirtschaft eine zentrale Rolle spielen. Entsprechende Kenntnisse aus der Modellierungsvorlesung werden damit erweitert und vertieft.
- Ein Verständnis der vorgestellten numerischen Lösungsverfahren ist in vielen Berufsfeldern wichtig.
- In den Übungen werden Programmieraufgaben behandelt, in denen auch umfangreichere Aufgaben und Anwendungsbeispiele am Rechner umzusetzen sind, wobei auf eine aussagekräftige Dokumentation der Rechenergebnisse geachtet wird.
- Der für das praktische Arbeiten wichtigen Kompromiss zwischen Exaktheit und Effizienz wird vermittelt: In der Regel geht es darum, eine hinreichend gute Lösung in angemessener Zeit zu finden.

### 3.6.1 Moduleinheit Optimierung

Credits	Lehrform	Prüfungsleistung	Voraussetzung	Sprache
4,5	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vorlesung 2 SWS</li> <li>• Übung 1 SWS</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Klausur oder mündliche Prüfung</li> <li>• erfolgreiche Teilnahme an den Übungen</li> </ul>	Basismodule	Deutsch

**Empfohlenes Semester:** 4. oder 6. Semester

**Zuständig:** Dozenten aus dem Bereich Numerik

**Häufigkeit des Angebots:** jährlich (Sommersemester)

**Lehrinhalte:**

- notwendige und hinreichende Optimalitätsbedingungen
- Abstiegsverfahren, Liniensuchalgorithmen, Konvergenzuntersuchungen
- Newton- und Quasi-Newton-Verfahren
- Optimalitätsbedingungen für restringierte Probleme

**Arbeitsaufwand:** 135 h

- Präsenzstudium (Vorlesung und Übung)  $14 \times 3 + 7 \times 1,5 \text{ h} = 52,5 \text{ h}$
- Vor- und Nachbereitung  $14 \times 1,5 \text{ h} = 21 \text{ h}$
- Übungsaufgaben  $7 \times 6 \text{ h} = 42 \text{ h}$
- Klausurvorbereitung: 19,5 h

**Betreuung der Studierenden:**

- 1 Dozent/Dozentin
- 1 Tutor/Tutorin (meist studentischer Mitarbeiter/studentische Mitarbeiterin) auf 15-20 Studierende

### 3.6.2 Moduleinheit Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen

Credits	Lehrform	Prüfungsleistung	Voraussetzung	Sprache
4,5	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vorlesung 2 SWS</li> <li>• Übung 1 SWS</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Klausur oder mündliche Prüfung</li> <li>• erfolgreiche Teilnahme an den Übungen</li> </ul>	Basismodule Analysis, Lineare Algebra und Praktische Mathematik	Deutsch

**Empfohlenes Semester:** 4. Semester oder 6. Semester

**Zuständig:** Dozenten aus dem Bereich Numerik

**Häufigkeit des Angebots:** jährlich (Sommersemester)

**Lehrinhalte:**

- Einführung in die numerische Lösung von Anfangs- und Randwertproblemen
- Konsistenz, Stabilität und Konvergenz
- praktische Umsetzung anhand von Programmierübungen

**Arbeitsaufwand:** 135 h

- Präsenzstudium (Vorlesung und Übung)  $14 \times 3 + 7 \times 1,5 \text{ h} = 52,5 \text{ h}$
- Vor- und Nachbereitung  $14 \times 1,5 \text{ h} = 21 \text{ h}$
- Übungsaufgaben  $7 \times 6 \text{ h} = 42 \text{ h}$
- Klausurvorbereitung: 19,5 h

**Betreuung der Studierenden:**

- 1 Dozent/Dozentin
- 1 Tutor/Tutorin (meist studentischer Mitarbeiter/studentische Mitarbeiterin) auf 15-20 Studierende

**3.7 Wahlmodul Geometrie**

Credits	Dauer	SWS	Modulnote	Einordnung
4,5	1 Semester	3	Klausur oder mündliche Prüfung	Wahlmodul im Master

**Moduleinheiten:**

- Geometrie für Lehramtskandidaten II oder
- Algorithmische Algebraische Geometrie 2. Hälfte oder
- Gewöhnliche Differentialgleichungen mit geometrischen Anwendungen 2. Hälfte

Zu den Inhalten der Algorithmischen Algebraischen Geometrie und der Gewöhnlichen Differentialgleichungen mit geometrischen Anwendungen siehe Modulhandbuch Mathe Bachelor - Vertiefungsmodule.

**Lernziele:**

Die Studierenden kennen moderne geometrische Methoden. Sie sehen Verbindungen der Geometrie zu anderen mathematischen Gebieten und können mithilfe der Wechselspiels geometrischer Erkenntnisse und Aussagen verwandter Gebiete mathematische Probleme analysieren und lösen.

**3.7.1 Geometrie für Lehramtskandidaten II**

Credits	Lehrform	Prüfungsleistung	Voraussetzung	Sprache
4,5	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vorlesung 2 SWS</li> <li>• Übung 1 SWS</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Klausur oder mündliche Prüfung</li> <li>• erfolgreiche Teilnahme an den Übungen</li> </ul>	Basismodule, Geometrie für Lehramtskandidaten I	Deutsch

**Empfohlenes Semester:** ab 1. Semester Master

**Zuständig:** Dr. Florian Berchtold

**Häufigkeit des Angebots:** jährlich im Wintersemester

**Lehrinhalte:**

- Konstruierbarkeit
- Diskrete Geometrie
- Kegelschnitte
- Geometrische Topologie
- Transformationsgruppen

**Arbeitsaufwand:** 135 h

- Präsenzstudium (Vorlesung und Übung)  $14 \times 3 + 7 \times 1,5 \text{ h} = 52,5 \text{ h}$
- Vor- und Nachbereitung  $14 \times 1,5 \text{ h} = 21 \text{ h}$
- Übungsaufgaben  $7 \times 6 \text{ h} = 42 \text{ h}$
- Klausurvorbereitung: 19,5 h

**Betreuung der Studierenden:**

- 1 Dozent/Dozentin
- 1 Tutor/Tutorin (meist studentischer Mitarbeiter/studentische Mitarbeiterin) auf 15-20 Studierende

## 4 Fachdidaktik

### 4.1 Fachdidaktik II

Credits	Dauer	SWS	Modulnote	Einordnung
5	1 Semester	2 SWS	Prüfung	Pflichtmodul

#### Moduleinheiten:

- Fachdidaktik II

#### Lernziele:

Die Studierenden bereiten selbständig Unterricht vor, erproben diesen (wenn möglich mit Schülerinnen und Schülern) und reflektieren dies im Seminar. Ein Schwerpunkt kann auf die Schulung der Medienkompetenz der Studierenden (Einsatz digitaler Medien im Unterricht) oder auf die Vermittlung der Prinzipien und Methoden sprachsensiblen Fachunterrichts gelegt werden. Die Studierenden vertiefen ihre unterrichtspraktischen Kompetenzen, indem sie in Arbeitsgruppen Unterrichtsstunden selbständig planen, durchführen und reflektieren. Hierbei rekurren sie auf ihre fachwissenschaftlichen Kenntnisse, nutzen ihr im Modul Fachdidaktik 1 erworbenes Grundwissen und wenden dies auf die konkrete Vorbereitung, Durchführung und Reflektion von Unterricht an. Die Veranstaltung kann als Begleitung des Schulpraxissemesters (SPS) in Kompaktform mit Blended Learning-Anteilen durchgeführt werden oder unabhängig vom SPS erfolgen.

#### 4.1.1 Fachdidaktik II

Credits	Lehrform	Prüfungsleistung	Voraussetzung	Sprache
5	Seminar	Didaktische und methodische Analyse eines Unterrichtsentwurfs	Fachdidaktik I	Deutsch

**Empfohlenes Semester:** ab 1. Semester Master

**Zuständig:**

**Häufigkeit des Angebots:** jedes Semester

#### Lehrinhalte:

- Begleitung des SPS: Gezielte Arbeitsaufträge zur Unterrichtshospitation und -planung werden digital erledigt und kommentiert, im Unterricht ausprobiert und in einer Präsenzphase gemeinsam reflektiert.

- Außerhalb des SPS: Curricular relevante Themen werden fachwissenschaftlich fundiert für den Unterricht vorbereitet. Die Erprobung kann im Unterrichtslabor mit Schülerinnen und Schülern, an den Partnerschulen der BiSE oder im Kontext einer kombinierten Aus- und Fortbildungsveranstaltung erprobt und in der Lehrveranstaltung reflektiert werden.

### **Arbeitsaufwand:**

- Präsenzzeit: 30 Stunden
- Vor- und Nachbereitung: 30 Stunden
- Planung und Durchführung der Unterrichtseinheit: 30 Stunden
- Erstellung der Dokumentation: 60 Stunden
- Einbindung eines Portfolios als Reflexions- und Dokumentationsmedium möglich

**Betreuung der Studierenden:** 1 Dozent/Dozentin

## **4.2 Fachdidaktik III**

Credits	Dauer	SWS	Modulnote	Einordnung
5	1 Semester	2	Prüfung	Pflichtmodul

### **Moduleinheiten:**

- Fachdidaktik III

### **Lernziele:**

Die Studierenden vertiefen ihre fachdidaktischen Kompetenzen, indem sie ein Thema mit Bezug zum Bildungsplan interdisziplinär und/oder fachwissenschaftlich erarbeiten und dabei verschiedene thematische Strukturierungskonzepte von Unterricht anwenden. Die Ergebnisse werden adressatengerecht aufbereitet und damit für den Unterricht nutzbar gemacht. Ein besonderer Fokus liegt auf dem Unterrichten in der Oberstufe im Hinblick auf die Abituranforderungen im Fach. In dem Modul ist eine produktorientierte Schwerpunktsetzung möglich, bei der die Studierenden neben den vertieften fachwissenschaftlichen und fachdidaktischen Kenntnissen bspw. mediendidaktische Kompetenzen erwerben (z.B. durch die adressatengerechte digitale Aufbereitung von Materialien).

### **4.2.1 Fachdidaktik III**

Credits	Lehrform	Prüfungsleistung	Voraussetzung	Sprache
5	Seminar	Projektarbeit	Fachdidaktik I und II	Deutsch

**Empfohlenes Semester:** ab 2. Semester Master

**Zuständig:**

**Häufigkeit des Angebots:** jedes Semester

**Lehrinhalte:** Mögliche interdisziplinäre Zugänge:

- Binnendifferenzierung im Unterricht (Bildungswissenschaft: Inklusion/Heterogenität)
- Sprachsensibler Unterricht, z.B. mit dramapädagogischen Methoden
- Lernen und Lehren mit digitalen Medien (z.B. Tablets, multimediale Schulbücher, Umgang mit dem Internet)

Mögliche fachwissenschaftliche Vertiefung:

- Curricular relevantes Thema mit fachwissenschaftlicher Expertise für den Oberstufenunterricht aufbereiten

Projekt-/Produktorientierung (gemeinsames Ergebnis präsentieren):

- z.B. digitale Angebote erstellen (Aufbereitung von Materialien, Arbeitsaufträgen, Lehrerhandreichung, etc.)
- z.B. Buchpublikation, Präsentation, App für Smartphone

### **Arbeitsaufwand:**

- Präsenzzeit: 30 Stunden
- Vor- und Nachbereitung/ Arbeit in der Gruppe: 60 Stunden
- Prüfungsleistung (z.B. Erstellung des Produkts): 60 Stunden

**Betreuung der Studierenden:** 1 Dozent/Dozentin