Universität Konstanz
Fachbereich Informatik & Informationswissenschaft
Prof. Dr. Ulrik Brandes / Dr. Sabine Cornelsen

11. Übungsblatt

Ausgabe: 29. Juni 2004 **Abgabe:** 7. Juli 2004, 12 Uhr
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Aufgabe 1: **6 Punkte**

Sei $G = (V, E)$ ein gerichteter Graph. Für eine Teilmenge $R \subset E$ der Kantenmenge sei $G_{rev(R)}$ der Graph, der aus G durch umdrehen aller Kanten in R entsteht. R heißt *Rückflussmenge*, falls $G_{rev(R)}$ azyklisch ist und *Kantenrückflussmenge* (feedback arc set), falls $G_{del(R)} = (V, E \setminus R)$ azyklisch ist.

(a) Ist eine Kantenrückflussmenge immer eine Rückflussmenge?

(b) Ist eine minimale Kantenrückflussmenge immer eine minimale Rückflussmenge?

(c) Entwickeln Sie einen Algorithmus, der eine Rückflussmenge mit maximal $|E|/2$ Kanten liefert.

Aufgabe 2: **4 Punkte**

Sei $G = (V, E)$ ein gerichteter Graph. Ist

$$E^T = \{(v, w);\ \text{ es gibt einen gerichteten Pfad in } G \text{ von } v \text{ nach } w\},$$

so heißt $G^T = (V, E^T)$ die *transitive Hülle* von G.

Überlegen Sie sich einen Algorithmus, der in polynomialer Zeit die transitive Hülle eines gerichteten Graphen berechnet.

Aufgabe 3: **6 Punkte**

Eine *transitive Reduktion* von G ist ein Graph H mit der kleinsten Anzahl von Kanten, sodass

$$H^T = G^T \tag{1}$$

gilt. Ein *minimales Äquivalent* von G ist der kleinste Teilgraph H von G für den (1) gilt.

[bitte wenden]

(a) Ist eine transitive Reduktion eines gerichteten Graphen immer eindeutig?

(b) Ist ein minimales Äquivalent eines gerichteten Graphen immer eine transitive Reduktion des gleichen Graphen?

(c) Geben Sie einen Algorithmus an, der eine transitive Reduktion eines nicht notwendig azyklisch gerichteten Graphen berechnet. Betrachten Sie dazu den azyklischen Graphen, der aus einem gerichteten Graphen entsteht, indem man jeweils die Knoten einer starken Zusammenhangskomponente zu einem einzigen Knoten verschmilzt.