

10. Übungsblatt

Ausgabe: 22. Juni 2004 **Abgabe:** 30. Juni 2004, 12 Uhr
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Aufgabe 1:

4 Punkte

Zeigen Sie, dass der Rand einer Facette f eines planaren st -Graphen genau eine Quelle $q(f)$ und eine Senke $z(f)$ hat.

Aufgabe 2:

6 Punkte

Zu einem planaren st -Graphen $G = (V, E)$ ist der folgende *gerichtete Dualgraph* G^* assoziiert (vgl. Sie auch das Netzwerk N_{ver} aus dem Kompaktierungsalgorithmus):

- Die Menge der Knoten von G^* enthält die inneren Facetten von G plus Knoten s^* und t^* , die die linke bzw. die rechte äußere Facette repräsentieren.
- Für eine Kante e von G sei $\ell(e)$ die Facette, die links von e liegt und entsprechend $r(e)$ die Facette, die rechts von e liegt. Die Menge der Kanten von G^* ist $\{(\ell(e), r(e)); e \in E\}$.

Überlegen Sie sich, dass G^* ein planarer st -Graph ist und zeigen Sie, dass für zwei Facetten f und g von G genau eine der folgenden Eigenschaften zutrifft:

- (a) G hat einen gerichteten Pfad von $z(f)$ nach $q(g)$.
- (b) G hat einen gerichteten Pfad von $z(g)$ nach $q(f)$.
- (c) G^* hat einen gerichteten Pfad von f nach g .
- (d) G^* hat einen gerichteten Pfad von g nach f .

Hinweis: Ist in einer topologischen Ordnung von G die Senke $z(f)$ vor der Quelle $q(g)$, so betrachten Sie jeweils den linken und rechten Pfad von $z(f)$ und $q(g)$ zu t .

[bitte wenden]

Aufgabe 3:**6 Punkte**

Unter den zu einem Knoten v inzidenten Kanten sei e_ℓ die linkeste und e_r die rechteste eingehende Kante. Setze $\ell(v) = \ell(e_\ell)$ und $r(v) = r(e_r)$.

Zeigen Sie, dass der folgende Algorithmus eine Sichtbarkeitsrepräsentation eines planaren st -Graphen G berechnet. Achten Sie dabei insbesondere auf die Planarität der Zeichnung. Bestimmen Sie außerdem die Laufzeit des Algorithmus und den Platzverbrauch der Zeichnung.

- (a) Berechne eine topologische Ordnung v_1, \dots, v_n von G . Setze $Y(v_i) = i$.
- (b) Berechne eine topologische Ordnung f_1, \dots, f_f von G^* . Setze $X(f_i) = i$.
- (c) Zeichne jeden Knoten v von G als horizontale Linie mit y -Koordinate $Y(v)$ zwischen den x -Koordinaten $X(\ell(v))$ und $X(r(v)) - 1$.
- (d) Zeichne jede Kante $e = (v, w)$ von G als vertikale Linie mit x -Koordinate $X(\ell(e))$ zwischen den y -Koordinaten $Y(v)$ und $Y(w)$.