Universität Konstanz
Fachbereich Informatik & Informationswissenschaft
Prof. Dr. Ulrik Brandes / Dr. Sabine Cornelsen

Zeichnen von Graphen
SS 2004

7. Übungsblatt

Ausgabe: 1. Juni 2004 **Abgabe:** 9. Juni 2004, 12 Uhr
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Aufgabe 1: **2 Punkte**

Zeigen Sie, dass es in jeder kreuzungsfreien orthogonalen Zeichnung eines Oktaeders mindestens eine Kante gibt, die mehr als zwei Knicke hat. Bestimmen Sie dazu, wieviele Knicke die Kanten, die zur äußeren Facette inzident sind, insgesamt mindestens haben.

Aufgabe 2: **8 Punkte**

Sei G ein zweifach zusammenhängender planarer Graph mit $n \geq 7$ Knoten und Maximalgrad 4. Entwickeln Sie einen Linearzeit Algorithmus, der eine Einbettung und eine *st*-Ordnung $v_1, \ldots, v_n$ von G bestimmt, sodass die erste und die letzte Kante, d.h. die Kanten $\{v_1, v_2\}$ und $\{v_{n-1}, v_n\}$ auf der äußeren Facette liegen. Überlegen Sie sich dazu die folgenden Punkte

(a) Es gibt eine Facette, die zu mindestens vier Knoten inzident ist.

(b) Ist $\{v, w\}$ ein Seperator und sind v und w adjazent, so gibt es mindestens eine Facette, die sowohl zu v als auch zu w, aber nicht zur Kante $\{v, w\}$ inzident ist.

(c) Für ein festes v können in linearer Zeit alle zu v inzidenten Knoten w, die zusammen mit v einen Seperator bilden und für alle diese Knoten w eine Facette, die sowohl zu w als auch zu v, aber nicht zu $\{v, w\}$ inzident ist, gefunden werden.

(d) Wir können ohne Einschränkung annehmen, dass es auf der äußeren Facette einen Pfad v_{n-1}, v_n, v_1, v_2 gibt, sodass der Graph, der aus G entsteht, wenn man die Kanten $\{v_{n-1}, v_n\}$ und $\{v_1, v_2\}$ kontrahiert, zweifach zusammenhängend ist.

Aufgabe 3: **6 Punkte**

Zwei Einbettungen $\mathcal{E}_1$ und $\mathcal{E}_2$ mit Facettenmengen F_1 und F_2 eines einfachen planaren Graphen $G = (V, E)$ sind *äquivalent*, wenn es eine Bijektion $\phi : F_1 \to F_2$ gibt, sodass für jede Facette $f \in F_1$ und für jede Kante $\{u, v\} \in E$ gilt: $\{u, v\}$ ist zu f inzident g.d.w. $\{u, v\}$ zu $\phi(f)$ inzident ist.

Zeigen Sie: Alle Einbettungen eines 3-fach zusammenhängenden, einfachen planaren Graphen sind äquivalent.

[bitte wenden]

Hinweis: Sei $G = (V, E)$ ein 3-fach zusammenhängender, einfacher planarer Graph mit zwei Einbettungen $\mathcal{E}_1$ und $\mathcal{E}_2$ mit Facettenmengen F_1 und F_2. Sei $f \in F_1$. Sei V_f die Menge der zu f inzidenten Knoten, und sei E_f die Menge der zu f inzidenten Kanten. Überlegen Sie sich,

(a) dass der Teilgraph $C = (V_f, E_f)$ von G ein einfacher Kreis ist.

(b) dass der durch $V \setminus V_f$ induzierte Teilgraph von G zusammenhängend ist.

(c) dass C den Rand einer Facette f' in $\mathcal{E}_2$ bildet.

Setzen Sie nun $\phi(f) := f'$.