

3. Übungsblatt

Ausgabe: 4. Mai 2004 **Abgabe:** 12. Mai 2004, 12 Uhr
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Aufgabe 1:

3 Punkte

Der Platzverbrauch einer Zeichnung eines Graphen auf einem Gitter ist die Anzahl der Gitterpunkte in dem kleinsten achsen-parallelen Rechteck, das die Zeichnung enthält. Sei $n \in \mathbb{N}$. Überlegen Sie sich ein Beispiel eines binären Baums mit höchstens n Knoten, der mit dem Algorithmus von Reingold und Tilford so gezeichnet wird, dass er $\Theta(n^2)$ Platz verbraucht.

Aufgabe 2:

6 Punkte

Einen kreisfreien zusammenhängenden Graphen T kann man mit Hilfe des „radialen Baumlayouts“ zeichnen, indem man einen beliebigen Knoten von T als Wurzel wählt. Ein mögliches Kriterium für die Wahl der Wurzel ist, die Höhe des resultierenden Wurzelbaumes, d.h. die *Exzentrizität* des Wurzelknotens zu minimieren. Betrachten Sie dazu die folgenden Definitionen.

In einem Graphen G sei der *Abstand* $d_G(v, w)$ zwischen zwei Knoten v und w aus G definiert durch die Länge eines kürzesten Weges zwischen v und w in G . Die *Exzentrizität* eines Knoten v ist $e(v) := \max_{w \in V} d(w, v)$ und der *Radius* des Graphen ist $r(G) := \min_{v \in V} e(v)$. Das *Zentrum* eines Graphen ist die Menge $Z_G := \{v \in V; e(v) = r(G)\}$.

- Sei $T = (V, E)$ ein Baum, $B \subsetneq V$ die Menge der Blätter von T , und T' der von $V \setminus B$ induzierte Subgraph von T . Zeigen Sie, dass die Zentren von T und T' gleich sind.
- Geben Sie einen möglichst effizienten Algorithmus zur Bestimmung der Exzentrizität aller Knoten in einem Baum in Pseudocode an und bestimmen Sie dessen Laufzeit. Ist ein Linearzeit-Algorithmus möglich?
- Wieviele Elemente kann das Zentrum eines Baumes höchstens enthalten?

Aufgabe 3:

3 Punkte

Konstruieren Sie einen Baum, der mit dem Algorithmus „Radiales Baumlayout“ nicht kreuzungsfrei gezeichnet würde, wenn man die Zeilen 4 und 5 in der Funktion `preorder` weglassen würde, d.h. wenn man den zur Verfügung gestellten Kreisumfang nicht sinnvoll einschränken würde.

[bitte wenden]

Aufgabe 4:**3 Punkte**

Entwerfen Sie einen Algorithmus, der eine Zeichnung eines binären Baums liefert, in der auch bei alleinigen Nachfolgern erkennbar wird, ob es sich um einen linken oder um einen rechten Nachfolger handelt. Verwenden Sie dazu den Algorithmus „Radiales Baumlayout“ aus der Vorlesung als Black Box und beschreiben Sie ein geeignetes Pre- und Postprocessing.