

Lösungen zum 13. Übungsblatt

Aufgabe 1:

0 \rightarrow a3
0 \rightarrow b1
0 \rightarrow c2
1 \rightarrow a1
1 \rightarrow b1
1 \rightarrow c1
2 \rightarrow ε
3 \rightarrow ε

2 \rightarrow a3
2 \rightarrow b1
2 \rightarrow c1
3 \rightarrow a1
3 \rightarrow b1
3 \rightarrow c2

Aufgabe 2:

a)

$X \rightarrow \varepsilon$	$S \rightarrow 0S$
$S \rightarrow 0X$	$S \rightarrow 1S$
$S \rightarrow 1X$	$S \rightarrow 2S$
$S \rightarrow 2X$	$S \rightarrow 3S$
$S \rightarrow 3X$	$S \rightarrow 4S$
$S \rightarrow 4X$	$S \rightarrow 5S$
$S \rightarrow 5X$	$S \rightarrow 6S$
$S \rightarrow 6X$	$S \rightarrow 7S$
$S \rightarrow 7X$	$S \rightarrow 8S$
$S \rightarrow 8X$	$S \rightarrow 9S$
$S \rightarrow 9X$	$S \rightarrow +S$
	$S \rightarrow -S$

b) Ja, denn reguläre Ausdrücke beschreiben genau die von endlichen Automaten akzeptierten Sprachen, und nach Satz 5.5 sind dies genau die durch rechtslineare Grammatiken erzeugten Sprachen.

c)

$$\begin{aligned} Z &\longrightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9 \\ N &\longrightarrow Z \\ N &\longrightarrow NZ \\ A &\longrightarrow +|-|\varepsilon \\ G &\longrightarrow AN \\ B &\longrightarrow .N|\varepsilon \\ C &\longrightarrow e|E \\ D &\longrightarrow CG|\varepsilon \\ R &\longrightarrow GBD \end{aligned}$$

Aufgabe 3:

$$\begin{aligned} S &\longrightarrow \varepsilon \\ S &\longrightarrow (S) \\ S &\longrightarrow SS \end{aligned}$$

Aufgabe 4:

Beh.: $L = \{ww \mid w \in \Sigma^*\}$ ist nicht durch eine kontextfreie Grammatik erzeugbar.

Bew.: **Annahme:** Es gibt eine kontextfreie Grammatik, die L erzeugt.

Dann gilt das Pumping Lemma für kontextfreie Grammatiken (Satz 5.13), sei also $n \in \mathbb{N}$ gegeben. Betrachte das Wort $z = 1^n 0^n 1^n 0^n$. Da $|z| > n$ gilt dann, dass es eine Zerlegung $z = uvwxy$ gibt, mit $|vx| \geq 1$ und $|vwx| \leq n$, und laut Pumping Lemma ist $uv^0wx^0y \in L$. Aber da $|uvw| \leq n$ und $|vx| \geq 1$, gilt mit $0 \leq j, k \leq n$ und nicht $j = n$ und $k = n$ einer der folgenden Fälle, dass uv^0wx^0y gleich

- $1^j 0^k 1^n 0^n$ oder gleich
- $1^n 0^j 1^k 0^n$ oder gleich
- $1^n 0^n 1^j 0^k$ ist.

Keines dieser drei Wörter ist in L enthalten. Die Annahme ist also falsch, und es gibt keine kontextfreie Grammatik, die L erzeugt. ■