

Letztes Übungsblatt

Ausgabe: 8. Juli 2002 **Abgabe:** 15. Juli 2002, 10 Uhr
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Aufgabe 1:

4 Zusatzpunkte

Sei $G = (V, E)$ ein schlichter ungerichteter Graph mit $m = |E|$ Kanten. Die Inzidenzmatrix $B(G) = (b_{v,e})_{v \in V, e \in E}$ von G ist definiert durch

$$b_{v,e} = 1 \iff v \text{ inzident zu } e.$$

Sei ferner E_m die m -zeilige Einheitsmatrix.

- (a) Zeigen Sie, daß $B(G)^T B(G) = A(\mathcal{E}(G)) + 2E_m$ gilt.
- (b) Schließen Sie, daß die Eigenwerte von $A(\mathcal{E}(G))$ nicht kleiner als -2 sein können.

Aufgabe 2:

4 Zusatzpunkte

- (a) Zeigen Sie: Ist ein ungerichteter Graph G k -fach kantenzusammenhängend, so ist $\mathcal{E}(G)$ k -fach knotenzusammenhängend.
- (b) Gilt die Umkehrung der Aussage in (a)?

Aufgabe 3:

4 Zusatzpunkte

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, daß zwei fest gewählte Knoten eines Graphen in $\mathcal{G}(n, p)$ mindestens einen gemeinsamen Nachbarn haben.

Aufgabe 4:

4 Zusatzpunkte

Wieviele Dreiecke hat ein Graph in $\mathcal{G}(n, p)$ im Schnitt?