Universität Konstanz
Lehrstuhl für Praktische Informatik
Dr. Ulrik Brandes / Prof. Dr. Vladimir Batagelj / Sabine Cornelsen

Methoden der Netzwerkanalyse
SS 2002

9. Übungsblatt

Ausgabe: 10. Juni 2002 **Abgabe:** 17. Juni 2002, 10 Uhr
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Aufgabe 1: **2 Punkte**

Sei $\mathbf{C}$ eine Clusterung und $\mathbf{C}'$ durch Transposition aus $\mathbf{C}$ entstanden. Bestimmen Sie $\Delta P(\mathbf{C}, \mathbf{C}')$ für die Verallgemeinerung von Ward's Kriterium mit einheitlichen Gewichten, d.h. für den Fall $P = S\overline{S}$ und $w \equiv \mathit{const}$.

Aufgabe 2: **4 Punkte**

Sei $(\mathbf{\Phi}, P)$ ein Clusterungsproblem, für das F1–F5 gilt.

(a) Zeigen Sie: Ist $\{\{X\};\ X \in U\} \neq \mathbf{C} \in \mathbf{\Phi}$ eine Clusterung der Menge U, so gibt es Cluster $C_1 \neq C_2$ mit $C = C_1 \cup C_2 \in \mathbf{C}$ und $(\mathbf{C} \setminus \{C\}) \cup \{C_1, C_2\} \in \mathbf{\Phi}$.

(b) Beweisen Sie Theorem 2.2 aus der Vorlesung.

Aufgabe 3: **ohne Wertung**

Berechnen Sie die Konstanten der Lance-Williams-Jambu Formel für die Funktionen $D^m(C_u, C_v), D^M(C_u, C_v)$.

Aufgabe 4: **10 Punkte**

Sei $d : U \times U \to \mathbb{R}_0^+$ eine Ultrametrik. Der Durchmesser einer Teilmenge $C \subseteq U$ ist durch $\mathrm{diam}(C) := \max_{X,Y \in C} d(X, Y)$ definiert. Zeigen Sie, daß für $X, Y \in U$, $r, \ell \in \mathbb{R}_0^+$ die folgenden Beziehungen gelten.

(a) $Y \in \overline{B}(X, r) \implies \overline{B}(Y, r) = \overline{B}(X, r)$

(b) $\overline{B}(X, r) \cap \overline{B}(Y, \ell) \neq \emptyset \implies \overline{B}(X, r) \subseteq \overline{B}(Y, \ell)$ oder $\overline{B}(Y, \ell) \subseteq \overline{B}(X, r)$

(c) $\mathrm{diam}(\overline{B}(X, r)) \leq r$

[bitte wenden]

Sei $\mathbf{C}(A)$ die in der Vorlesung angegebene zu d und einer Teilmenge $A \subseteq \mathbb{R}^+$ definierte Menge geschlossener Kugeln.

(d) Überlegen Sie sich, daß $\mathbf{C}(A)$ tatsächlich eine vollständige Hierarchie mit Level-Funktion diam ist.

(e) Zeigen Sie, daß $d(X, Y) = \mathrm{diam}(C_{\mathbf{C}(\mathbb{R}^+)}(\{X, Y\}))$ für $X, Y \in U$ gilt.