Universität Konstanz
Lehrstuhl für Praktische Informatik
Dr. Ulrik Brandes / Sabine Cornelsen

Methoden der Netzwerkanalyse
SS 2002

3. Übungsblatt

Ausgabe: 29. April 2002 **Abgabe:** 6. Mai 2002, 10 Uhr
Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Aufgabe 1: **4 Punkte**

Zu einem schlichten ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ ist der *komplementäre Graph* $\overline{G} = (V, \overline{E})$ durch $\overline{E} := \{\{v, w\} \subset V;\ v \neq w,\ \{v, w\} \notin E\}$ definiert.

(a) Zeigen Sie, daß $\overline{G}$ zusammenhängend ist, falls G unzusammenhängend ist.

(b) Gilt auch die Umkehrung der Aussage in (a)?

Aufgabe 2: **2 Punkte**

Zu einem Graphen G mit n Knoten sei κ die größte natürliche Zahl $k < n$, für die G k-fach knotenzusammenhängend ist und λ die größte natürliche Zahl k, für die G k-fach kantenzusammenhängend ist. Zeigen Sie, daß $\kappa \leq \lambda$ gilt.

Aufgabe 3: **6 Punkte**

Seien s und t zwei Knoten eines Graphen G. Eine Teilmenge X der Knotenmenge von G *trennt* s und t, wenn s und t in verschiedenen Zusammenhangskomponenten von $G - X$, dem Graphen, der aus G durch entfernen aller Knoten aus X entsteht, liegen. Beweisen Sie die folgende knotendisjunkte ungerichtete Version des Satzes von Menger.

Theorem: (Menger) *Sei G ein ungerichteter Graph und seien s, t zwei nicht adjazente Knoten von G. Die kleinste Mächtigkeit einer s und t trennenden Knotenmenge ist gleich der größten Mächtigkeit einer Menge knotendisjunkter (s, t)-Wege.*

Hinweis: Führen Sie den Beweis durch Induktion über die Anzahl der Knoten von G. Betrachten Sie im Induktionsschritt zu einer s und t trennenden Knotenmenge X die Zusammenhangskomponenten von $G - X$, in denen s und t liegen und verschmelzen Sie diese jeweils zu einem Knoten.

Aufgabe 4: **4 Punkte**

Sei T der Wald der Baumkanten einer Tiefensuche auf einem Graphen. Mit $D(v)$ sei die Anzahl der Knoten im Unterbaum von v (v eingeschlossen) des Tiefensuchwalds T bezeichnet.

(a) Zeigen Sie, daß w genau dann im Unterbaum von v ist, wenn

$$DFS(v) \leq DFS(w) < DFS(v) + D(v).$$

(b) Beschreiben Sie Funktionen ROOT, TRAVERSE und BACKTRACK so, daß in einer Tiefensuche auch $D(v)$ für jeden Knoten v berechnet wird.

Aufgabe 5: **ohne Wertung**

Implementieren Sie wie in der Vorlesung angegeben eine allgemeine Klasse Tiefensuche und eine davon abgeleitete Klasse, mit deren Hilfe die in Aufgabe 4 definierten Werte $D(v)$ bestimmt werden können.